

SORULAR

1. Aşağıdaki limitleri bulunuz. Cevabınızın aşamalarını belirtiniz.

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \int_0^x \sin(t^2) dt}{\sin x^4}$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \sin\left(\frac{\pi i}{n}\right)$

2. $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \arcsin x dx$ belirli integralini hesaplayınız. Cevabınızın aşamalarını belirtiniz.

3. $\int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^4}}$ belirsiz integralini hesaplayınız. Cevabınızın aşamalarını belirtiniz.

4. $\int \cos x \sin^2 x \ln(\sin x) dx$ belirsiz integralini bulunuz. Cevabınızın aşamalarını belirtiniz.

5. Aşağıdaki integralleri hesaplayınız. Cevabınızın aşamalarını belirtiniz.

- $\int \frac{dx}{2+\cos x}$
- $\int_1^4 e^{\sqrt{x}} dx$

6. $f(x) = \int_{2x}^{3x+1} \sin(t^4) dt$ fonksiyonunun türevini bulunuz. Cevabınızın aşamalarını belirtiniz.

7. $\int_a^b (2+x-x^2) dx$ integralini maksimum yapan a ve b reel değerler Aşağıdaki integralleri bulunuz. Cevabınızın aşamalarını belirtiniz.

8. $\int \frac{dx}{2+\cos x}$ belirsiz integralini hesaplayınız. Cevabınızın aşamalarını belirtiniz.

9. $\int x\sqrt{x^2+2x+4} dx$ belirsiz integralini hesaplayınız. Cevabınızın aşamalarını belirtiniz.

10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n^2}{(n+k)^3}$ limitini hesaplayınız.

11. Aşağıda verilen fonksiyonların belirtilen aralıklardaki ortalama değerini bulunuz.

- $f(x) = x^4, [0, 2]$
- $f(x) = \sqrt{x}, [1, 4]$
- $f(x) = \sin 2x, [0, \frac{\pi}{2}]$

12. Kalkülüsün Temel Teoremini kullanarak verilen fonksiyonların türevini hesaplayınız.

- $f(x) = \int_{-1}^x (t^2 + 1)^{17} dt$
- $f(x) = \int_x^{10} (t + \frac{1}{t}) dt$
- $f(x) = \int_0^{x^2} \sqrt{1 + t^3} dt$
- $f(x) = \int_1^{\sin x} (t^2 + 2)^3 dt$

13. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} \Big|_{-1}^1 = -2$ ifadesi doğru mudur? Bu durum Kalkülüsün Temel Teoremi ile çelişir mi? Neden? İntegrantın grafiğini çizin ve bu durumu yorumlayınız.

14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{2i}{n^2}$ limitini bir integralin değeri olduğu farkına vararak hesaplayınız.

15. Yarıçapı 3 birim olan küre merkezinden x birim uzaklıkta bir düzlemle kesiliyor. Dairesel dik kesitin alanının ortalama değerini bulunuz.

16. $\int_0^2 \|x\| dx$ integralini hesaplayınız. Buradan $f(x) = \|x\|$ fonksiyonunun $[0, 2]$ aralığındaki \bar{y} ortalama değerini bulunuz. $[0, 2]$ aralığında $f(\bar{x}) = \bar{y}$ eşitliğini sağlayan bir \bar{x} noktası var mıdır?

17. $\int_0^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$ integraline alt ve üst sınırları bulunuz.

18. Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

- $\int_{-1}^0 (2x - e^x) dx$
- $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}}$
- $\int_1^2 \frac{x^2+1}{\sqrt{x}} dx$
- $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$
- $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1+\cos^2 x}{\cos^2 x} dx$
- $\int_{-1}^2 |x - x^2| dx$

19. $f(t) = \int_1^{t^2} \frac{\sqrt{1+u^4}}{u} du$ ve $F(x) = \int_1^x f(x) dx$ ise $F''(2)$ yi hesaplayınız.

20. $[-2, 2]$ aralığında $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ fonksiyonunun ortalama değerini bulunuz. (Belirli integrali alan gibi yorumlayarak hesaplayınız)
21. $\int_0^x f(t)dt = x \cos \pi x$ ise $f(4)$ nedir?
22. f türevlenebilen bir fonksiyon, $f'(1/\sqrt{2}) = 4$ ve $y = \int_0^{\sin x} f(t) dt$ ise $y' + y''$ toplamının $x = \pi/4$ noktasındaki değerini bulunuz.
23. $\int \frac{1}{(1+x^2)^{3/2}} dx$ integralini hesaplayınız.
- n pozitif tamsayı olsun. $\int \cos^n x dx$ integraline indirgeme formülü bulunuz.
 - (a) şıkkındaki indirgeme formülünü kullanarak $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x dx = \frac{2}{3}$ hesaplayınız.
24. $f'(x) = \frac{\cos x}{x}$, $f(\frac{\pi}{2}) = 6$ ve $f(\frac{3\pi}{2}) = 2$ ise $\int_{\pi/2}^{3\pi/2} f(x) dx$ integralini hesaplayınız.
25. $\int \frac{1}{x} \sqrt{9x^2 - 16} dx$ integralini hesaplayınız.
26. Aşağıdaki integralleri belirli integral tanımını kullanarak hesaplayınız
- $\int_0^1 e^x dx$
 - $\int_1^2 (1 - x^3) dx$
27. Aşağıdaki belirsiz integralleri hesaplayınız.
- $\int \frac{x^4}{1+x^{10}} dx$
 - $\int \frac{dx}{a^2+x^2}$
 - $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$
 - $\int \frac{dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}$
 - $\int \frac{\sqrt[4]{x+1}+2}{\sqrt[6]{x+1}} dx$
 - $\int x e^{x^2} dx$
 - $\int \frac{(1+\sqrt{x})^4}{\sqrt{x}} dx$

- $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 - \sin^4 x}} dx$
- $\int \frac{dx}{1 + e^x}$
- $\int \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} dx$
- $\int \tan^2 x dx$
- $\int \frac{\sin x}{2 - \sin^2 x} dx$
- $\int \sqrt{1 + \cos x} dx$

28. Aşağıdaki belirli integralleri hesaplayınız.

- $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \tan^3 x dx$
- $\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{1 + 2x}} dx$
- $\int_0^2 x \|x\| dx$
- $\int_0^2 x |1 - x^2| dx$
- $\int_0^1 x^2(1 - x)^{10} dx$
- $\int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$

29. $\int_{-2}^2 (x + 3)\sqrt{4 - x^2} dx$ integralini iki integralin toplamı biçiminde yazarak ve integrallerden birini alan olarak yorumlayarak hesaplayınız.

30. $\int_0^1 x\sqrt{1 - x^4} dx$ integralini, değişken değişikliği yaparak ve çıkan integrali alan olarak yorumlayarak hesaplayınız.

31. f sürekli ve $\int_0^4 f(x) dx = 10$ ise $\int_0^2 f(2x) dx$ integralini hesaplayınız.

32. f sürekli ve $\int_0^9 f(x) dx = 4$ ise $\int_0^3 x f(x^2) dx$ integralini hesaplayınız.

33. f sürekli bir fonksiyon olmak üzere

$$\int_0^a \frac{f(x) dx}{f(x) + f(a - x)}$$

integralini hesaplayınız. Bundan yararlanarak

$$\int_0^1 \frac{x^3}{3x^2 - 3x + 1} dx, \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[3]{\sin^2 x}}{\sqrt[3]{\sin^2 x} + \sqrt[3]{\cos^2 x}} dx$$

integrallerini hesaplayınız

34. Aşağıdaki integralleri hesaplayınız

- $\int_0^3 x \|x\| dx$
- $\int_{-1}^3 |x^3 - 3x^2 + 2x| dx$
- $\int_0^\pi \frac{dx}{1+4\sin^2 x}$
- $\int_0^1 \sqrt{\frac{x}{2-x}} dx$
- $\int_0^1 x^2(1-x)^8 dx$
- $\int_0^1 x^3(1-x^2)^8 dx$
- $\int_0^\pi \frac{x \sin x}{\sqrt{1+\sin^2 x}} dx$
- $\int_{-1}^1 \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$

35. $f(x) = \begin{cases} |x-2| & , \quad -2 \leq x \leq 1 \\ |x| & , \quad 1 < x \leq 2 \end{cases}$ ise $\int_{-2}^2 f(x) dx = ?$

36. $\int_{\frac{1}{2}}^{x^2} f(t) dt = x^{\frac{1}{x}}$ ise $f(1) = ?$

37. $\int_0^{x^2} f(t) dt = x \cos \pi x$ ise $f(4) = ?$

38. $\int_0^{f(x)} t^2 dt = x \cos \pi x$ ise $f(4) = ?$

39. Sürekli türeve sahip f fonksiyonu için $f(0) = \frac{1}{2}$ ve $f(1) = e$ olduğuna göre $\int_0^1 \frac{f'(x)-f(x)}{e^x} dx = ?$

40. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e-1}{n} \ln \left(\prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{k(e-1)}{n} \right) \right) = ?$

41. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \int_{x^2}^{x^3} \frac{\sin t}{t} dt = ?$

42. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_2^{2+h} \frac{dt}{\ln t} = ?$

43. $\frac{d}{dx} \int_0^{\ln x} f(t) dt = 1$ ise $f(2) = ?$

44. Aşağıdaki integralleri hesaplayınız

- $\int_0^1 \frac{dx}{x^3+1}$
- $\int_0^1 \frac{dx}{(x^2+1)(x+1)^2}$
- $\int \frac{\ln(1+x)}{\sqrt{1+x}} dx$
- $\int \frac{2x \ln x}{(1+x^2)^2} dx$
- $\int \frac{\cos x}{2-\cos x} dx$
- $\int \frac{(x+1)e^{-x}}{x^2} dx$

- $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \ln(\sec x + \tan x) dx$

45. Türevi kendisinin iki katına eşit olan pozitif bir f fonksiyonu için $f(0) = 1$ olduğu biliniyor. $f(x)$ nedir bulunuz.
46. Her noktasındaki eğimi, o noktanın apsisi ile ordinatı çarpımına eşit olan ve $(0, 2)$ noktasından geçen eğrinin denklemini bulunuz.
47. $f(x) = \frac{xe^x}{(x+1)^2}$ fonksiyonunun $[0, 1]$ aralığındaki ortalama değerini bulunuz. Bu aralıkta f altındaki görüntüsü f nin ortalama değerine eşit olan bir nokta var mıdır? Neden?
48. Aşağıdaki fonksiyonların $[-3, 3]$ aralığındaki ortalama değerini bulunuz. Bu aralıkta f altındaki görüntüsü f nin ortalama değerine eşit olan bir nokta var mıdır?

- $f(x) = \begin{cases} -x^2 & , \quad -3 \leq x < 0 \\ x^2 + 1 & , \quad 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} -x^2 & , \quad -3 \leq x < 0 \\ \frac{1}{2} & , \quad x = 0 \\ x^2 + 1 & , \quad 0 < x \leq 3 \end{cases}$

49. n bir doğal sayı olmak üzere $\int_0^n \|x\| dx$ integralini hesaplayınız.
50. $f(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$ olsun. (f Elektrik mühendisliğinde önemli bir fonksiyondur ve kısaca Si x ile gösterilir.) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ ve $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ limitlerini bulunuz.
51. $f(x) = \int_{\frac{1}{x}}^x \sqrt{1+t^4} dt$ ile verilen eğrinin $x = 1$ apsisli noktasındaki teğetin denklemini bulunuz.
52. $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$ eğrileri ile $y = x$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.
53. $y = x^2 + 2$ ve $y = -x^2 + 10$ eğrileri tarafından sınırlanan bölgenin x -ekseni etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmini bulunuz.
54. $y = -\frac{x^2}{8} + \ln x$ eğrisinin $x = 2$ ve $x = 4$ apsisli noktaları arasında kalan parçasının uzunluğunu bulunuz.
55. Denklemi $x = \sqrt{y}$, $0 \leq y \leq 2$ olan eğri parçasının y -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan yüzeyin alanını bulunuz.
56. $y = x^3 - 9x$ eğrisi ile $y = 7x$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanını hesaplayınız.
57. $y = e^x$ eğrisi ile bu eğriye $(1, e)$ noktasında teğet olan doğru ve y -ekseni arasında kalan bölge y -ekseni etrafında döndürülüyor. Oluşan cismin hacmini hesaplayınız.

58. Birinci bölgede $y = \sin x$ ve $y = \cos x$ eğrileri ile $x = 0$ doğrusu arasında kalan bölge x - eksenini etrafında döndürülüyor. Oluşan cismin hacmini hesaplayınız.
59. $y = \sqrt{1-x^2}$ eğrisinin $x = -1$ ve $x = 1$ apsisli noktaları arasında kalan parçasının uzunluğunu hesaplayınız.
60. $\int \frac{\cos x}{(\sin x + \cos x)^3} dx$ integralini hesaplayınız.
61. $\int_{-1}^2 \|x\| \cos^2 x dx$ integralini hesaplayınız.
62. $y = x$ ve $y = 2x$ doğruları ile $y = x^2$ parabolü arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.
63. $y = x^3 - 3x$ eğrisi ile bu eğriye $(-1, 2)$ noktasında teğet olan doğru arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.
64. $y = x + 2$ ve $y = 0$ doğruları ile $y = 4 - x^2$ eğrisi arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.
65. $y = x^2$ eğrisi ile bu eğriye $(2, 4)$ noktasında teğet olan doğru ve x - eksenini arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.
66. $2y = x + 1$ doğrusu ile $x = y^2 - 1$ eğrisi arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.
67. $y = 9x - x^3$ eğrisi ile bu eğriye $(-1, -8)$ noktasında teğet olan doğru arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.
68. $y = \frac{\ln x}{2}$ eğrisi ile $x = 0, y = 0$ ve $y = 1$ doğruları arasında kalan bölgenin alanını hesaplayınız.
69. $y = \frac{x^2}{2}$ ve $y = \frac{1}{1+x^2}$ eğrileri arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.
70. $x = y^2$ eğrisi, $2y+x = 3$ doğrusu ve y -eksenini kalan bölge y -eksenini etrafında döndürülüyor. Meydana gelen dönele cismin hacmini bulunuz.
71. $y = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{4x}$ denklemi ile verilen eğrinin $x = 1$ ve $x = 3$ apsisli noktaları arasında kalan parçasının uzunluğunu bulunuz.
72. $y = \frac{1}{1+x^2}$ ve $y = \frac{3}{2} - x^2$ eğrileri arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.
73. $y = x^2$ eğrisi, $2y+x = 3$ doğrusu ve x -eksenini arasında kalan bölge x -eksenini etrafında döndürülüyor. Meydana gelen dönele cismin hacmini bulunuz.
74. $y = \frac{x^3}{12} + \frac{1}{x}$ denklemi ile verilen eğrinin $x = 1$ ve $x = 2$ apsisli noktaları arasında kalan parçasının uzunluğunu bulunuz.

75. $y = \ln x$ eğrisi, bu eğriye $(e, 1)$ noktasında çizilen teğet ve $y = 0$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.
76. $y = e^x$ eğrisi, bu eğriye $(1, e)$ noktasında çizilen teğet ve $x = 0$ doğrusu arasında kalan bölge y -ekseni etrafında döndürülüyor. Meydana gelen dönel cismin hacmini bulunuz.
77. $y = e^x$ eğrisi, bu eğriye $(1, e)$ noktasında çizilen teğet ve $x = 0$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.
78. $y = \ln x$ eğrisi, bu eğriye $(e, 1)$ noktasında çizilen teğet ve $y = 0$ doğrusu arasında kalan bölge x -ekseni etrafında döndürülüyor. Meydana gelen dönel cismin hacmini bulunuz.
79. $y = x^2 - c^2$ ve $y = c^2 - x^2$ parabolleri arasında kalan alanı 576 yapan c değerini bulunuz.
80. $y = x^2$ eğrisi ile $y = 4$ doğrusu arasında kalan bölge $y = b$ doğrusu ile ikiye bölünmüştür. İki bölümün alanlarının eşit olması için b değeri ne olmalıdır.
81. $y = \frac{1}{x^2}$ $1 \leq x \leq 4$ eğrisinin altında kalan alan $x = a$ doğrusu ile iki eşit parçaya bölünmüştür. a değerini bulunuz.
82. Bir önceki sorudaki alan $y = b$ doğrusu ile iki eşit parçaya bölünmüştür. b değerini bulunuz.
83. Tabanı, dik kenarları b ve $2b$ olan bir dikdörtgen ve yüksekliği h olan piramidin hacmini bulunuz.
84. $(x - 2)^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ elipsinin x -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini ve yüzey alanını bulunuz.
85. $y = x^4 - x^2$ ve $y = 1 - x^2$ eğrileri arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.
86. $xy = 1$, $y = 0$, $x = 1$ ve $x = 3$ ile sınırlı bölgenin $y = -1$ doğrusu etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini bulunuz.
87. $y = x$ ve $y = \sqrt{x}$ ile sınırlı bölgenin $x = 2$ doğrusu etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini bulunuz.
88. Birinci bölgede $x = 4y$ ve $y = \sqrt[3]{x}$ ile sınırlı bölgenin $x = 8$ doğrusu etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini bulunuz. Aynı bölgenin $y = 2$ doğrusu etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini bulunuz.
89. S cisminin tabanı, yarıçapı r olan bir dairedir. Tabana dik olan paralel kesitler, yüksekliği h olan ve farklı kenarı tabanda olan ikizkenar üçgenlerdir. S nin hacmini bulunuz.
90. S cisminin tabanı yarıçapı r olan bir dairedir. Tabana dik olan paralel kesitler karedir. S nin hacmini bulunuz.

91. $y = x^3 - x$ eğrisi ile bu eğriye $x = -1$ apsisli noktadan çizilen teğet doğru arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.
92. $y = -x^2 - 2x + 3$ parabolü, bu parabole $(-2, 3)$ noktasından çizilen teğet ve y -ekseni arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.
93. $x^2 + y^2 = 1$, $x = 1$ ve $y = 1$ ile sınırlı bölgenin x -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini bulunuz.
94. $y = \sqrt{x}$, $y = 2$ ve $x = 0$ ile sınırlı bölgenin, (a) x -ekseni, (b) y -ekseni, (c) $y = 2$ doğrusu, (d) $x = 4$ doğrusu etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini bulunuz.
95. $y = 2x$, $y = 0$ ve $x = 1$ ile sınırlı bölgenin, (a) $x = 1$ doğrusu, (b) $x = 2$ doğrusu etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini bulunuz.
96. $y = x^2 + 1$ eğrisi ile bu eğriye $x = 1$ apsisli noktasından çizilen teğet ve $x = 0$ doğrusu arasında kalan bölgenin $y = 0$ ve $x = 1$ ile sınırlı bölgenin, (a) x -ekseni, (b) y -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini bulunuz.
97. $xy = 2$, $xy = 4$, $x = 1$ ve $x = 2$ ile sınırlı bölgenin y -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini bulunuz.
98. $y = 3 - x^2$ parabolü, $y = 3x - 1$ doğrusu ve y -ekseni tarafından sınırlanan bölge y -ekseni etrafında döndürülüyor. Oluşan cismin hacmini (a) Disk yöntemi, (b) Silindirik kabuk yöntemi ile hesaplayınız.
99. $y = \frac{2}{3}(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}$ eğrisinin $x = 0$ ve $x = 2$ apsisli noktaları arasında kalan parçasının uzunluğunu bulunuz.
100. $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ çemberinin x -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin yüzey alanını bulunuz.
101. $y = \cosh x$, $0 \leq x \leq 1$, eğri parçasının x -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin yüzey alanını bulunuz.
102. $y = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$, eğri parçasının x -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin yüzey alanını bulunuz.
103. Taban yarıçapı r , yüksekliği h olan dairesel koninin yanal yüzey alanının $\pi r \sqrt{r^2 + h^2}$ olduğunu gösteriniz.
104. $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ olduğu biliniyor. $\Gamma(\frac{1}{2})$, $\Gamma(\frac{3}{2})$, $\Gamma(\frac{5}{2})$ ifadelerini hesaplayınız.
105. Γ fonksiyonu yardımıyla (a) $\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^3} dx$, (b) $\int_0^{\infty} e^{-2x^2} dx$, (c) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{-\ln x}}$ integrallerini hesaplayınız.
106. Birinci bölgede $y = e^{-x}$ eğrisi ile x -ekseni arasında kalan bölgenin (a) alanını, (b) x -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini bulunuz.

107. $\int_0^4 \frac{dx}{x^2+x-6}$ integralini hesaplayınız.
108. $\int_0^1 \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} dx$ integralini hesaplayınız.
109. $x \geq 1$ için x -ekseni ile (a) $y = \frac{1}{x}$ eğrisi, (b) $y = \frac{1}{x^2}$ eğrisi arasında kalan bölgenin alanını hesaplayınız. (a) da belirtilen bölgenin x -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin yüzey alanını bulunuz.
110. $\int_1^\infty \frac{dx}{x^p}$ integralinin yakınsaklığını p nin durumlarına göre irdeleyiniz.
111. $\int_1^\infty \frac{\ln x}{x^2} dx$, $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-2)^2}}$ ve $\int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{1+x^2}$ integrallerini hesaplayınız.
112. f sürekli ve her x için

$$\int_0^x f(t)dt = xe^{2x} + \int_0^x e^{-t} f(t)dt$$

ise $f(x)$ i bulunuz.

113. f' fonksiyonu $[0, \infty)$ aralığında sürekli ve $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ ise $\int_0^\infty f'(x)dx = -f(0)$ olduğunu gösteriniz.
114. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x}{x-3} \int_3^x \frac{\sin t}{t} dt \right)$ limitini hesaplayınız.
115. Aşağıdaki integrallerin bir genelleştirilmiş integral olup olmadığını belirleyiniz. İntegrallerin yakınsak olup olmadığını araştırınız. Yakınsak olanların (mümkünse) değerini bulunuz.

- $\int_1^\infty \frac{dx}{x^3}$
- $\int_0^\infty e^{-x} \sin x dx$
- $\int_0^1 \frac{dx}{x\sqrt{x}}$
- $\int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$
- $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x-x^2}}$
- $\int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x+x^4}}$
- $\int_0^\infty \frac{dx}{x-1}$

116. a nın hangi değeri veya değerleri için

$$\int_1^\infty \left(\frac{ax}{x^2+1} - \frac{1}{2x} \right) dx$$

integrali yakınsaktır. Karşılık gelen integral(ler)i hesaplayınız.

117. Her $x > 0$ için $G(x) = \int_0^\infty e^{-xt} dt$ olsun. $xG(x) = 1$ olduğunu gösteriniz.

118. Birinci bölgede koordinat eksenleri ve $y = -\ln x$ eğrisi arasında kalan sonsuz bölge bir cisim oluşturmak için x -ekseni etrafında döndürülüyor. Oluşan cismin hacmini bulunuz.

119. Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

- $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^{2/3}}$
- $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$
- $\int_2^\infty \frac{2}{v^2-v} dv$
- $\int_{-\infty}^\infty \frac{2x}{(x^2+1)^2} dx$
- $\int_0^1 \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} dx$
- $\int_0^\infty \frac{dx}{(x^2+1)(1+\arctan x)}$
- $\int_{-\infty}^0 e^{-|x|} dx$
- $\int_0^1 x \ln x dx$
- $\int_{-\infty}^\infty \frac{x}{(x^2+4)^{3/2}} dx$
- $\int_0^2 \frac{s+1}{\sqrt{4-s^2}} ds$
- $\int_1^\infty \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx$
- $\int_0^1 (-\ln x) dx$
- $\int_1^\infty \frac{\ln x}{x^2} dx$
- $\int_{-\infty}^\infty te^{-t^2} dt$
- $\int_0^\infty e^{-x} \sin x dx$
- $\int_{-\infty}^0 e^x \cos 2x dx$
- $\int_0^\infty \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$
- $\int_1^\infty \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$
- $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

120. Aşağıdaki integrallerin yakınsak olup olmadığını testleri kullanarak belirleyiniz.

- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan \theta d\theta$
- $\int_0^\pi \frac{\sin x}{\sqrt{\pi-x}} dx$
- $\int_0^{\ln 2} x^{-2} e^{-1/x} dx$
- $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \theta}{(\pi-2\theta)^{1/3}} d\theta$
- $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+\sin x}}$

- $\int_0^1 \frac{dt}{t-\sin t}$ (İpucu: $t \geq 0$ için $t \geq \sin t$)
- $\int_{-1}^1 \ln |x| dx$
- $\int_{\pi}^{\infty} \frac{2+\cos x}{x} dx$
- $\int_{\pi}^{\infty} \frac{1+\sin x}{x^2} dx$
- $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{e^x+e^{-x}}$
- $\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{1+\cos x} dx$
- $\int_0^{\pi} \frac{\cos x}{\sqrt{1-\sin x}} dx$
- $\int_0^1 \left[\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{1-x}} \right] dx$

121. $[-2, 1]$ aralığı üzerinde $y = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$ ve $y = 0$ m grafikleri ile sınırlanan bölgeyi göz önüne alalım.

- Bölgenin sonlu alana sahip olduğunu gösteriniz.
- Bölgenin x -ekseni etrafında döndürülmesiyle meydana gelen dönel cismin sonsuz hacme sahip olduğunu gösteriniz.

122. f ve g nin sürekli olduğunu ve $x \geq a$ için $0 \leq f(x) \leq g(x)$ olduğunu kabul edelim. Eğer $\int_a^{\infty} g(x)dx$ yakınsak ise bu durumda $\int_a^{\infty} f(x)dx$ de yakınsaktır. Eğer $\int_a^{\infty} f(x)dx$ ıraksak ise $\int_a^{\infty} g(x)dx$ de ıraksaktır. Aşağıda verilen integrallerin yakınsak veya ıraksak olup olmadığını göstermek için bu sonucu kullanınız.

- $\int_1^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx$
- $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x+e^x}$
- $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^3+4}$
- $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$
- $\int_1^{\infty} \frac{1+e^{-2x}}{\sqrt{x}} dx$
- $\int_1^{\infty} e^{x^2} dx$

123. $y = e^{(x+1)^2}$, $y = e^{-(x+1)^2}$ ve $x = 1$ arasında kalan bölge $x = -1$ doğrusu etrafında döndürülüyor. Elde edilen cismin hacmini bulunuz.

124. $y = e^{x^2}$, $y = e^{-x^2}$ ve y -ekseni arasında kalan bölge y -ekseni etrafında döndürülüyor. Elde edilen cismin hacmini bulunuz.

125. $y = x^3 + x$ ile $y = x^3 + x^2$ arasında kalan bölge y -ekseni etrafında döndürülüyor. Elde edilen cismin hacmini bulunuz.

126. Aşağıdaki integrallerin karakterlerini araştırınız.

- $\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x} \cos x}{\sqrt{x^4+x^2+x+1}} dx$

- $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2-4}\sqrt{4-x}}$
- $\int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x(x+1)}}$
- $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\sqrt[3]{\sin x}\sqrt{\cos 2x}}$
- $\int_0^\infty \frac{\cos^2 x}{\sqrt{x(x+1)}} dx$
- $\int_2^5 \frac{x}{\sqrt[4]{5-x}\sqrt{x-2}(x-3)} dx$
- $\int_0^\infty \frac{x^4}{\sqrt[3]{x-2}(x^6+3)} dx$
- $\int_1^\infty \frac{\ln x}{(x^3+1)\ln(x+1)} dx$
- $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x-1}(x-3)^{2/3}}$
- $\int_2^\infty \frac{dx}{\sqrt[5]{x-2}}$

127. $\int_0^\infty \frac{2x dx}{x^2+1}$ integralinin iraksak olduğunu ve dolayısıyla $\int_{-\infty}^\infty \frac{2x dx}{x^2+1}$ integralinin de iraksak olduğunu gösteriniz. Sonra

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \int_{-b}^b \frac{2x dx}{x^2+1} = 0$$

olduğunu gösteriniz.

128. Birinci bölgede $y = e^{-x}$ ile x -ekseni arasında kalan bölgenin

- alanını bulunuz
- y -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini bulunuz
- x -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini bulunuz

129. $y = \sec x$ ve $y = \tan x$ arasında $x = 0$ dan $x = \frac{\pi}{2}$ ye kadar olan bölgenin

- alanını bulunuz
- x -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini bulunuz

130. Aşağıdaki integralleri yakınsak yapan C sabitini bulunuz. Bu C sabiti için integralleri hesaplayınız.

- $\int_0^\infty \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{C}{x+2} \right) dx$
- $\int_0^\infty \left(\frac{x}{x^2+1} - \frac{C}{3x+1} \right) dx$

131. $\int_a^\infty |f(x)| dx$ yakınsıyorsa $\int_a^\infty f(x) dx$ integraline mutlak yakınsaktır denir. Eğer $\int_a^\infty f(x) dx$ yakınsak fakat $\int_a^\infty |f(x)| dx$ iraksak ise $\int_a^\infty f(x) dx$ integraline şartlı yakınsaktır denir. $\int_0^\infty \frac{\cos x}{x^2+1} dx$ integralinin mutlak yakınsak olduğunu gösteriniz.

132. $\int_0^\infty \frac{\sin x}{x} dx$ integralinin yakınsak olduğunu gösteriniz.
133. $\int_0^\infty e^{-x^2} dx$ integralinin yakınsak olduğunu gösteriniz.
134. $\int_0^\infty \frac{1-\cos x}{x^2} dx$ integralinin yakınsak olduğunu gösteriniz.
135. $\int_0^\infty x^{n-1} e^{-x} dx$ integrali $n > 0$ için yakınsak $n \leq 0$ için ıraksaktır, gösteriniz.
136. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(\sin x) dx = -\frac{1}{2}\pi \ln 2$ eşitliğinin sağlandığını gösteriniz.
137. Gama fonksiyonu yardımıyla aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

- $\int_0^\infty x^3 e^{-x} dx = 6$
- $\int_0^\infty x^6 e^{-2x} dx = \frac{45}{8}$
- $\int_0^\infty \sqrt{x} e^{-x^3} dx = \frac{1}{3}\sqrt{\pi}$
- $\int_0^\infty 3^{-4x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4\sqrt{\ln 3}}$
- $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{-\ln x}} = \sqrt{\pi}$
- $\int_0^\infty \sqrt[4]{x} e^{-\sqrt{x}} dx$