

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ DÖRT İŞLEME YÖNELİK KAVRAMSAL TANIMLAMALARI

Zeynep ÖZEL¹, Ferhat ÖZTÜRK², & Ahmet IŞIK³

Öz

Bu çalışmada, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini nasıl tanımladıklarına, toplama ile çıkarma işlemini ve çarpma ile bölme işlemini nasıl ilişkilendirdiklerine yönelik alan bilgilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda nitel araştırma desenlerinden durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Çalışmaya Türkiye’de bulunan bir devlet üniversitesindeki eğitim fakültesinin ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programının üçüncü sınıfında öğrenim gören 34 öğretmen adayı katılmıştır. Açık uçlu sorulardan oluşan yazılı görüş formu yardımıyla toplanan veriler içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Çalışmanın bulguları incelendiğinde, öğretmen adaylarının toplama işlemini parçaların bütünü, birleşme/artma/çoğalma ve ileri doğru ritmik sayma olarak tanımlarken; çıkarma işlemini bütününün bir parçası, geriye doğru ritmik sayma ve ayırma/eksilme/azalma olarak tanımladıkları görülmüştür. Bu tanımlamalarına paralel olarak, öğretmen adayları toplama ve çıkarma işlemini birbirinin tersi olarak ifade etmişlerdir. Diğer taraftan, çalışmaya katılan öğretmen adaylarının tamamına yakını çarpma işlemini bölme işleminin; bölme işlemini de çarpma işleminin tersi olarak tanımladıkları tespit edilmiştir. Yapılan bu tanımlamalar doğrultusunda çoğu öğretmen adayı, çarpma ve bölme işlemini birbirinin tersi olarak ilişkilendirmişlerdir.

Anahtar Kelimeler: Toplama, Çıkarma, Çarpma, Bölme, İlköğretim Matematik Öğretmeni Adayları.

Prospective Middle School Mathematics Teachers' Conceptual Definitions of Four Operations

Abstract

In this study, it is aimed to examine the content knowledge of prospective middle school mathematics teachers on how they define addition, subtraction, multiplication and division, and how they build connection between addition and subtraction and multiplication and division. For this purpose, the case study method, one of the qualitative research designs, was used. 34 prospective middle school mathematics teachers studying in the third year of the undergraduate program at a state university in Turkey participated in the study. The data collected with the help of a written feedback form consisting of open-ended questions were analyzed by content analysis method. When the findings of the study were examined, it was seen that the prospective mathematics teachers defined the addition process as the whole of the parts, joining/increase/growth and forward rhythmic counting. Moreover, it was

¹ **Sorumlu Yazar:** Arş. Gör., Kırıkkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, zeynepozel03@gmail.com, ORCID: 0000-0003-4072-8760

² Dr. Öğr. Üyesi, Kırıkkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, ferhatozturk@kku.edu.tr, ORCID: 0000-0003-2849-8325

³ Prof. Dr., Kırıkkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, isikahmet@kku.edu.tr, ORCID: 0000-0002-1599-2570

revealed that they defined the subtraction as a part of the whole, backward rhythmic counting and separation/decrease/reduction. Parallel to these definitions, it can be said that prospective mathematics teachers expressed addition and subtraction as inverse of each other. On the other hand, almost all of the prospective mathematics teachers participating in the study defined the division operation as the reverse of the multiplication operation. In line with these definitions, most of them associated multiplication and division as inverse of each other.

Keywords: Addition, Subtraction, Multiplication, Division, Prospective Mathematics Teachers.

Giriş

National Council of Teachers of Mathematics'e [NCTM] (2000) göre öğretim, okul matematiği müfredatının uygun şekilde uygulanmasını sağlayan en önemli bileşenlerden biridir. Bu bağlamda etkili matematik öğretimi, öğrencilerin ne bildiklerini ve ne öğrenmeleri gerektiğini anlamayı ve yeni bilgiyi edinebilmeleri için öğrencileri desteklemeyi gerektirir (NCTM, 2000; Ball, Thames ve Phelps, 2008). Öğretim sürecinde bilginin edinilebilir hale getirilmesinde öğretmenlere önemli görevler düşmektedir. Eğitimin verimliliği kendi alanlarında bilgili öğretmenler yardımıyla artırılabilir olduğu için öğretmen bilgisi eğitim alanındaki en önemli konulardan birisidir (Didiş, Erbaş, Çetinkaya ve Alacacı, 2016).

Birçok araştırmacı öğretmen bilgisini farklı şekilde ifade etmiştir (Shulman, 1986; Ball ve diğerleri, 2008). Örneğin, Shulman (1986) bir konuyu öğretmek için öğretilcek kavramdan çok onun gerekçelerini bilmek gerektiğini ileri sürmüştür. Shulman (1986), "öğretmenin sadece bir şeyin öyle olduğunu anlaması yetmez; öğretmen bunun neden böyle olduğunu, hangi gerekçelerle ileri sürülebileceğini ve hangi koşullar altında gerekçesine olan inancımızın zayıflayabileceğini anlamalıdır" demiştir. Diğer taraftan, öğretmen bilgisinin matematik eğitimindeki yerinin önemine ilişkin, Ball ve arkadaşları (2008), öğretmenlerin matematik eğitimi üzerine daha fazla ders almaları gerektiğini belirtmiştir. Bu düşüncelerden hareketle, etkili öğretimin gerçekleştirilebilmesi için öğretmen bilgisinin önemli bir konu hâline geldiği açıktır. Bu nedenle, birçok araştırmacı öğretmenlerin etkili öğretim için bilmesi gereken bilgileri araştırmışlardır (Ball, 1990; Ball ve Bass, 2002; Ball ve diğerleri, 2008; Carpenter, Fennema, Peterson ve Carey, 1988; Rowland, Huckstep & Thwaites, 2005; Shulman, 1986). Bu araştırmaların sonuçlarına göre öğretmenlerin konu ve konunun yapısı hakkında bilgi sahibi olmaları gerektiği sonucuna varılmıştır (Ball, 1990; Ball ve diğerleri, 2008, Shulman, 1986). Başka bir deyişle, araştırmacılar öğretmenlerin öğretilen konuyu ve konunun nasıl öğretileceğini bilmeleri gerektiğini vurgulamışlardır. (Shulman, 1986; Ball ve diğerleri, 2008).

Birçok araştırmacı, öğretmenlerin bilgilerinin önemli olduğu konusunda hemfikir olsalar da öğretmen bilgisini farklı teorik çerçeveler aracılığıyla araştırmışlardır (Shulman, 1986; Ball ve diğerleri, 2008; Rowland ve diğerleri, 2005). Shulman (1986) öğretmen bilgisi ile ilgili çalışmalarda etkinlik, ders ve ödev planlama, dersin süresine karar verme ve öğrencilere soru seçme gibi konulara odaklanılmasını yeterli görmemiştir. Bu sebeple, Shulman (1986) oluşturduğu teorik çerçeve ile öğretmen bilgisini alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi ve öğretim programı bilgisi başlıkları altında incelemiştir.

Shulman'ın (1986) teorik çerçevesinde tanımladığı alan bilgisi, öğretmenlerin edinilmesini gerekli gördüğü bilginin yanı sıra bu bilginin gerekçesi, neden ve hangi şartlarda bu bilgiyi doğru olarak kabul ettiğimiz ile ilgilidir. İkinci bileşen olan pedagojik alan bilgisi ise belirli bir konunun ya da bilginin öğretimindeki etkili olan temsil, örnek veya yöntemlere ilişkin bilgileri içermektedir. Ayrıca, öğrencilerde sıklıkla karşılaşılan kavram yanılgıları, öğrenme güçlükleri ve bunların üstesinden gelme yolları hakkında bilgi sahibi olmak da öğretmenlerin pedagojik alan bilgisi ile ilgilidir. Son bileşen olan öğretim programı bilgisi ise öğretmenin konuların öğretim programındaki yerini bilmesi ve konular arasındaki geçişi sağlayabilmesi ile ilgili olan bilgi türüdür (Shulman, 1986). Bu çalışmada, öğretmen adaylarının toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini nasıl tanımladıklarına, toplama ile çıkarma işlemini ve çarpma ile bölme işlemini nasıl ilişkilendirdiklerine yönelik alan bilgilerini incelemek amaçlandığı için Shulman'ın (1986) teorik çerçevesindeki alan bilgisi bileşenine odaklanılmıştır.

NCTM'de (2000), matematik öğretim programı okul matematiği için önemli olan diğer bir unsur olarak belirlenmiştir. NCTM'ye (2000) göre matematik öğretim programı parçaların bir araya gelmesinden çok daha fazlasıdır. Daha açık bir ifadeyle, NCTM'ye (2000) göre öğretim programı, matematikteki önemli konulara odaklanan, konuları sınıf seviyesine göre uygun sıraya koyan, kendi içinde tutarlık gösteren parçaların bütünüdür. Matematik eğitiminde birbiriyle ilişkili birçok konu olduğu düşünüldüğünde, matematik öğretim programının dikkatli bir şekilde hazırlanmış olmasının gerekliliği aşikârdır. Ülkemizdeki en güncel ilköğretim ve ortaokul matematik öğretim programı ise Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) tarafından 2017-2018 eğitim öğretim yılında hazırlanmıştır.

2017-2018 yılında hazırlanan matematik öğretim programındaki dört işleme dair kazanımlara bakıldığında toplama işleminden önce öğrencilere 100'e kadar ileriye doğru birer, beşer ve onar ritmik saymanın öğretildiği ve sonrasında, toplama işleminin "bir araya getirme", "ekleme" anlamlarının üzerinde durulmakta ve günlük hayat durumlarına yönelik çalışmalara yer verilmektedir. Bunun yanı sıra toplama işleminde kullanılan semboller, toplama işleminin elemanları ve toplama işleminin etkisiz elemanı üzerinde durulmaktadır. Ayrıca öğrenciler sınıf seviyesi ilerledikçe eldeli ve eldesiz toplama işlemini, iki sayının toplamında verilmeyen toplananı bulmayı öğrenmektedirler (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Toplama işlemine benzer şekilde, öğrenciler çıkarma işlemini öğrenmeden önce onlara geriye doğru ritmik sayma etkinlikleri yaptırılarak sonrasında çıkarma işleminin "eksiltme" anlamı verilmektedir. Bununla birlikte çıkarma işleminde kullanılan semboller, çıkarma işlemindeki elemanların anlamları, farkın "0" olduğu durumlar üzerinde durulmaktadır. Ayrıca sınıf seviyesi ilerledikçe öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemleri arasındaki ilişkiyi fark etmeleri sağlanarak toplananlar, toplam ile eksilen, çıkan ve fark arasındaki ilişki vurgulanmaktadır (MEB, 2018).

Matematik öğretim programına göre, öğrenciler toplama ve çıkarma işlemlerinden farklı olarak çarpma ve bölme işlemleri ile ilköğretim ikinci sınıfta tanışmaktadırlar. İkinci sınıftaki öğrencilere, çarpma işlemi toplama işlemi ile ilişkilendirilerek "tekrarlı toplama"

olarak açıklanmakta ve daha sonra çarpma işleminde kullanılan semboller, çarpım tablosu ve çarpma işlemindeki birim ve etkisiz eleman kavramları açıklanmaktadır. Üçüncü sınıfta ise öğrencilere çarpma işleminin “kat” anlamı açıklanır ve “kat” anlamı ile “tekrarlı toplama” anlamı arasındaki ilişki vurgulanır (MEB, 2018). Diğer taraftan öğrenciler bölme işleminin “gruplama” ve “paylaştırma” anlamları ile ilkökul ikinci sınıfta tanışmaktadırlar. Bu sınıf seviyesinde bölme işleminin “ardışık çıkarma” anlamına vurgu yapılmakta ve bölme işlemine ait bölünen, bölen, bölüm gibi kavramların anlamı üzerinde durulmaktadır. Sonraki sınıf seviyesinde ise öğrenciler iki basamaklı doğal sayıları bir basamaklı doğal sayılara bölmeyi öğrenmekte ve öğrencilerin bölünen, bölen ve kalan arasındaki ilişkiyi fark etmeleri sağlanmaktadır. Son olarak ilerleyen sınıf seviyelerinde öğrenciler, çarpma ve bölme arasındaki ilişkiyi öğrenmektedirler (MEB, 2018).

Dört işlemin matematik öğretim programındaki önemi dikkate alındığında, öğrencilerin matematiğe ait beceriler kazanmalarında dört işleme dair yeterliliğe sahip olmaları bir hayli önemlidir. Öğrencilerin herhangi bir konuyu öğrenebilmeleri için o konuyu öğreten öğretmenlerinin bu konuda yeterli alan bilgisine sahip olmaları gerekmektedir (Shulman, 1986, Ball, 1990; Carpenter, Fennema, Franke, Levi ve Empson, 1999). Bu sebeple, öğretmenlerin toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin ne anlama geldiğini, toplama ile çıkarma işlemleri ve çarpma ile bölme işlemleri arasında nasıl bir ilişkinin olduğunu öğretebilmeleri için öncelikle bu konuya ilişkin kendileri yeterli alan bilgisine sahip olmaları gerekmektedir. Matematik öğretmen adaylarının geleceğin öğretmenleri olduğu göz önüne alındığında, öğretmen adaylarının da bu konu özelindeki alan bilgileri önem arz etmektedir. Diğer taraftan alan yazında öğretmen ve öğretmen adaylarının çarpma, bölme işlemlerine ilişkin alan ve pedagojik alan bilgilerine yönelik çalışmalar mevcut olsa da (Ball, 1990; Simon, 1993; Cankoy, 2010; Karakuş, 2018; Baki, 2013; Tekin-Sitrava, Özel ve Işık, 2020); öğretmen adaylarının dört işleme yönelik alan bilgisini değerlendiren ulusal çalışmalar oldukça sınırlıdır. Bu açıklamalardan hareketle bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini nasıl tanımladıklarına, toplama ile çıkarma işlemini ve çarpma ile bölme işlemini nasıl ilişkilendirdiklerine yönelik alan bilgilerini incelemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda, çalışma aşağıdaki araştırma soruları çerçevesinde yürütülmüştür.

1. Öğretmen adayları, toplama ve çıkarma işlemini nasıl tanımlamaktadır ve birbirleriyle nasıl ilişkilendirmektedir?
2. Öğretmen adayları, çarpma ve bölme işlemini nasıl tanımlamaktadır ve birbirleriyle nasıl ilişkilendirmektedir?

Yöntem

Araştırmanın Deseni

Çalışmada nitel araştırma desenlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Nitel durum çalışması, belli bir bağlamda araştırılan konunun bir ya da daha fazla durumla birlikte araştırılmasını ve anlaşılmasını sağlar (Creswell, 2007; Yin, 2009). Bu sebeple, çalışmanın

amacı doğrultusunda, öğretmen adaylarının yanıtlarının incelenerek ayrıntılı bir açıklama sunulabilmesi için çalışmada durum çalışması deseni tercih edilmiştir.

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu Türkiye’de bulunan bir devlet üniversitesindeki eğitim fakültesinin ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programının üçüncü sınıfında öğrenim gören 34 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Çalışma grubu belirlenirken araştırmacıların görev yaptıkları üniversitedeki öğretmen adayları araştırmaya dâhil edilmiştir. Çalışma grubunun belirlenmesinde seçkisiz olmayan örnekleme yöntemlerinden uygun örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Uygun örnekleme ile zaman ve işgücü kaybını önlemek amaçlanmıştır (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz & Demirel, 2018). Çalışmanın etik kuralları gereğince katılımcılar gönüllü öğretmen adayları arasından seçilmiş ve katılımcıların kişisel bilgilerinin gizli tutulacağı katılımcılara ifade edilmiştir.

Bu çalışma yürütülürken öğretmen adayları, onları bilimsel ve pedagojik açıdan destekleyecek olan Matematiğin Temelleri 1-2, Soyut Matematik, Analiz 1-2-3, Matematik Öğrenme ve Öğretme Yaklaşımları ve özellikle Sayıların Öğretimi gibi alan eğitimi derslerinin yanı sıra Öğretim Teknolojileri ve Öğretim İlke ve Yöntemleri gibi meslek bilgisi derslerini almışlardır. Dolayısıyla öğretmen adaylarının, çalışmada onlara yöneltilen ve dört işleme yönelik kavramsal açıklamalar gerektiren sorulara yanıt verebilecek bilgi ve donanıma sahip oldukları ifade edilebilir.

Veri Toplama Aracı

Bu çalışmada veriler; dört işlemin kavramsal olarak tanımlarına, toplama ve çıkarma işlemi arasındaki ilişki ile çarpma ve bölme işlemi arasındaki ilişkiye yönelik açıklamaların istendiği açık uçlu sorulardan oluşan yazılı görüş formu yardımıyla toplanmıştır. Yazılı görüş formunda yer alan sorular şu şekildedir:

1. Toplama ve çıkarma işlemlerini tanımlayınız ve toplama ve çıkarma işlemleri arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.
2. Çarpma ve bölme işlemlerini tanımlayınız ve çarpma ve bölme işlemleri arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.

Yazılı görüş formunda yer alan soruları cevaplamaları için öğretmenlere 45 dakika süre verilmiş ve cevaplarını detaylı olarak açıklamaları istenmiştir. Ayrıca çalışmanın başında, katılımcılara cevaplarının bu araştırmanın dışında hiçbir yerde kullanılmayacağı ifade edilmiştir.

Verilerin Analizi

Katılımcılardan toplanan veriler Strauss ve Corbin (1990) tarafından önerilen içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Öncelikle tüm katılımcıların cevapları düzenlenmiş ve detaylı bir şekilde incelenerek benzerliklerine göre kodlanmıştır. Öğretmen adaylarının toplama işlemine dair yaptıkları tanımlar; *birleşme/artma/çoğalma, parçaların bütünü ve ileri*

doğru ritmik sayma olarak, çıkarma işlemine dair yaptıkları tanımlar ise *ayırma/eksilme/azalma, bütünün bir parçası, geriye doğru ritmik sayma* ve *geçersiz tanımlama* olarak sınıflandırılmıştır. Katılımcıların toplama ve çıkarma işlemleri arasındaki ilişkiye dair verdikleri cevaplar ise *birbirinin tersi olarak ilişkilendirme, cebirsel ilişkilendirme* ve *yetersiz ilişkilendirme* olarak sınıflandırılmıştır. Diğer taraftan, öğretmen adaylarının çarpma işlemi için yaptıkları tanımlamalar ise *tekrarlı toplama* ve *bölmenin tersi* olarak, bölme işlemi için yaptıkları tanımlamalar ise *paylaştırma, tekrarlı çıkarma* ve *çarpmanın tersi* olarak sınıflandırılmıştır. Çarpma ve bölme işlemleri arasındaki ilişki için ise toplama ve çıkarma işlemi arasındaki ilişkide olduğu gibi *birbirinin tersi olarak ilişkilendirme, cebirsel ilişkilendirme* ve *yetersiz ilişkilendirme* kodları oluşturulmuştur.

Araştırmanın Etik İzinleri

Yapılan bu çalışmada “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur.

Etik kurul izin bilgileri

Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı: XXX Üniversitesi

Etik değerlendirme kararının tarihi: 24.12.2021

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası: 64945

Bulgular

Çalışmanın amacı doğrultusunda, bulgular; toplama ve çıkarma işleminin tanımları, toplama ve çıkarma işlemi arasındaki ilişki, çarpma ve bölme işleminin tanımları ve çarpma ve bölme işlemi arasındaki ilişki olmak üzere 4 başlık altında ele alınmıştır.

Toplama ve Çıkarma İşlemlerinin Tanımlarına Yönelik Bulgular

Öğretmen adaylarının toplama işleminin tanımına ilişkin verdikleri cevaplar; birleşme/artma/çoğalma, parçaların bütünü ve ileri doğru ritmik sayma şeklinde kodlanmıştır. Çıkarma işleminin tanımına ilişkin cevaplar ise ayırma/eksilme/azalma, bütünün bir parçası, geriye doğru ritmik sayma ve geçersiz tanımlama olarak kodlanmıştır.

Adayların bu tanımlamalarından elde edilen kodlara ait frekans ve yüzde değerleri Tablo 1 ve Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 1. Öğretmen adaylarının toplama işlemine yönelik tanımlamaları

Kod	f	%
Parçaların bütünü	23	68
Birleşme/artma/çoğalma	13	38
İleri doğru ritmik sayma	11	32

Not: Bazı katılımcıların açıklamaları birden fazla koda ait tanımlar içermektedir.

Tablo 2. Öğretmen adaylarının çıkarma işlemine yönelik tanımlamaları

Kod	f	%
Bütünün bir parçası	24	71
Geriye doğru ritmik sayma	13	38
Ayırma/eksilme/azalma	9	26
Geçersiz Tanımlama	4	12

Not: Bazı katılımcıların açıklamaları birden fazla koda ait tanımlar içermektedir.

Çalışmaya katılan 34 öğretmen adayından 23'ü (%68) toplama işlemi için parçaların bütünü tanımını yapmıştır. 13 (%38) öğretme adayı toplama işlemini birleştirme/artma/çoğalma olarak tanımlamıştır. 11 (%32) öğretmen adayı ise toplama işleminin ileri doğru ritmik sayma olduğunu ifade etmiştir. Diğer taraftan, öğretmen adaylarının çıkarma işlemi için yaptıkları tanımlamalar incelendiğinde, toplama işlemi için yaptıkları tanımlamalarla benzerlik gösterdiği görülmektedir. 24 (%71) öğretmen adayı çıkarma işlemini bütünün bir parçası olarak tanımlamıştır. Daha açık bir ifadeyle öğretmen adayları, bütün ve bütünün diğer parçası bilindiğinde, diğer parçayı bulmayı çıkarma işlemi olarak tanımlamışlardır. 9 (%26) öğretmen adayı çıkarma işleminin ayırma/eksilme/azalma anlamı taşıdığını belirtirken 13 (%38) öğretmen adayı ise çıkarma işleminin geriye doğru ritmik sayma olduğunu ifade etmiştir. Son olarak 4 (%12) öğretmen adayı çıkarma işlemini büyükten küçüğün ya da büyük sayıdan küçük sayının çıkarılması olarak tanımladıkları için bu katılımcıların kavram yanılığısına sahip oldukları tespit edilmiştir. Bu sebeple, bu 4 öğretmen adayının tanımı geçersiz tanımlama olarak kodlanmıştır.

Toplama ve Çıkarma İşlemi Arasındaki İlişkiye Yönelik Bulgular

Çalışmada öğretmen adaylarından toplama ve çıkarma işlemleri arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklamaları istenmiş ve adayların bu soruya ilişkin verdikleri cevaplar; birbirinin tersi olarak ilişkilendirme, cebirsel ilişkilendirme ve yetersiz ilişkilendirme olarak kodlanmıştır. Adayların bu açıklamalarından elde edilen kodlara ait frekans ve yüzde değerleri Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. Öğretmen Adaylarının Toplama ve Çıkarma İşlemi Arasındaki İlişkiye Dair Açıklamaları

Kod	f	%
Cebirsel ilişkilendirme	18	53
Birbirinin tersi olarak ilişkilendirme	15	44
Yetersiz İlişkilendirme	7	21

Not: Bazı katılımcıların açıklamaları birden fazla koda ait tanımlar içermektedir.

Çalışmaya katılan 15 (%44) öğretmen adayı “çıkarma işlemi toplama işleminin tersidir” ifadesini kullanarak toplama ve çıkarma işlemi arasındaki ilişkiyi ifade etmiştir. 18 (%53) öğretmen adayı ise toplama ve çıkarma arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ilişkilendirmiştir.

Diğer bir ifadeyle, bu öğretmen adayları çıkarma işlemini, toplama işleminden yola çıkarak, $a-b = a + (-b)$ olarak ifade etmişlerdir. 34 öğretmen adayından 7'si (%21) toplama ve çıkarma işlemleri arasında yeterli bir ilişki kuramamıştır. Bu koda ait cevaplarda, öğretmen adayları toplama işleminde toplananlar ve toplam arasındaki işlemsel ilişkiden bahsederken çıkarma işleminde ise eksilen, çıkan ve fark arasındaki ilişkiden bahsetmiştir. Bu kodlamaya ait örnek bir durum Şekil 1' de verilmiştir.

Toplamda toplananda biri çıkarsa diğer toplamı bulunabilir.

$$\begin{array}{r} 300 \\ + 180 \\ \hline 480 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 480 \\ - 300 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 480 \\ - 180 \\ \hline 300 \end{array}$$

Çıkan ile fark toplanırsa eksilen bulunur.

$$\begin{array}{r} 560 \\ - 260 \\ \hline 300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 300 \\ + 260 \\ \hline 560 \end{array}$$

Şekil 1. Yetersiz ilişkilendirme koduna ait örnek

Çarpma ve Bölme İşlemlerinin Tanımlarına Yönelik Bulgular

Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının çarpma işlemine ilişkin tanımlamaları bölmenin tersi ve tekrarlı toplama olarak; bölme işlemine ilişkin tanımlamaları ise çarpmanın tersi, paylaşırma ve tekrarlı çıkarma olarak kodlanmıştır. Adayların bu tanımlamalarından elde edilen kodlara ait frekans ve yüzde değerlerine Tablo 4 ve Tablo 5'te yer verilmiştir.

Tablo 4. Öğretmen adaylarının çarpma işlemine yönelik tanımlamaları

Kod	f	%
Bölmenin tersi	30	88
Tekrarlı toplama	4	12

Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının tamamına yakını, 30 (%88) öğretmen adayı, çarpma işlemini "bölmenin tersi" olarak tanımlamıştır. Öğretmen adayları bu tanımlamalarında "çarpma işlemi, bölme işleminin tersi olarak tanımlanır" ifadesini kullanmıştır. 4 (%12) öğretmen adayı ise çarpma işleminin kavramsal anlamına odaklanarak "tekrarlı toplama" olduğunu ifade etmiştir. Cevapları bu kodla temsil edilen öğretmen

adayları “çarpma işlemi tekrarlı toplama olarak ifade edilebilir” şeklinde görüş belirtmişler ancak çarpma işleminin tekrarlı toplama olduğuna dair detaylı bir açıklama sunmamışlardır.

Tablo 5. Öğretmen adaylarının bölme işlemine yönelik tanımlamaları

Kod	f	%
Çarpmanın tersi	30	88
Paylaştırma	2	6
Tekrarlı çıkarma	2	6

Bölme işlemi için yapılan tanımlamalara bakıldığında ise çarpma işleminde yapılan tanımlamalara benzer olarak çalışmaya katılan öğretmen adaylarının tamamına yakını, 30 (%88) öğretmen adayı, bölme işlemini çarpmanın tersi olarak tanımlamıştır. Diğer taraftan 2 (%6) öğretmen adayı bölme işleminin paylaştırma anlamına odaklanmıştır. Cevabı bu kodla sunulan öğretmen adayları bölme işlemini “bütünün eşit parçalara bölünmesi ve kaç eşit parçanın ortaya çıkması” şeklinde tanımlamışlardır. Son olarak 2 (%6) öğretmen adayı ise bölme işleminin tekrarlı çıkarma olduğu üzerinde durmuştur. Bu öğretmen adayları ise bölmenin tekrarlı çıkarma işlemi olduğuna ilişkin detaylı ve kavramsal bir açıklama sunmadan sadece “bölme işlemi tekrarlı çıkarma işlemidir” demekle yetinmişlerdir.

Çarpma ve Bölme İşlemi Arasındaki İlişkiye Yönelik Bulgular

Bu kısımda öğretmen adaylarının çarpma ve bölme işlemleri arasında nasıl bir ilişki olduğuna dair açıklamalarına yönelik bulgular sunulmuştur. Öğretmen adaylarının bu kısma ilişkin açıklamaları toplama ve çıkarma işlemleri arasındaki ilişkilendirme ile benzerlik göstermiştir. Bu sebeple, öğretmen adaylarının çarpma ve bölme işlemi arasındaki ilişkiye yönelik açıklamaları; birbirinin tersi olarak ilişkilendirme, cebirsel ilişkilendirme ve yetersiz ilişkilendirme şeklinde kodlanmıştır. Bu kodlara ait frekans ve yüzde değerlerine Tablo 6’da yer verilmiştir.

Tablo 6. Öğretmen Adaylarının Çarpma ve Bölme İşlemi Arasındaki İlişkiye Dair Açıklamaları

Kod	f	%
Birbirinin tersi olarak ilişkilendirme	30	88
Cebirsel ilişkilendirme	21	62
Yetersiz İlişkilendirme	2	6

Not: Bazı katılımcıların açıklamaları birden fazla koda ait tanımlar içermektedir.

Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının neredeyse tamamı, 30 (%88) öğretmen adayı, çarpma ve bölme işlemini birbirinin tersi olarak ilişkilendirmiştir. 21 (%62) öğretmen adayı ise çarpma ve bölme işlemleri arasında cebirsel bir ilişki kurmuştur. Cebirsel ilişkilendirmeye örnek cevap ise Şekil 2’deki gibidir.

$\forall a, b, c \in \mathbb{R}$ (ya da \mathbb{N}, \mathbb{Z}) ve $b \neq 0$ için $a \cdot b = c$ ise $a = c \div b$ dir.

Şekil 2. Cebirsel ilişkilendirme koduna ait örnek

Diğer taraftan çalışmaya katılan 2 (%6) öğretmen adayı çarpma ve bölme işlemleri arasında yeterli bir ilişki kuramamıştır. Daha detaylı ifade edecek olursak, bu 2 öğretmen adayı çarpma ve bölme işlemi arasındaki ilişkiye işlemsel olarak odaklanmış ancak yeterli bir açıklama yapamamışlardır. Bu cevaba ilişkin örnek bir durum Şekil 3'te verilmiştir.

Bir örnek ile açıklayalım;
 $49 \div ? = 7$
 işlemi aslında
 $7 \times ? = 49$
 işlemine türetilmiştir. Bölme işlemindeki "?", aslında çarpma işlemindeki "?"nin yerine konulacak sayıyı bulma sayısıyla ilgilidir. "?"ni bulma amacı çarpma işleminde verilmeyen çarpma bulma amacıdır ki bu tanım aynı zamanda çarpma işlemi ile bölme işlemi arasındaki ilişkiye işaret eder.

Şekil 3. Yetersiz ilişkilendirme koduna ait örnek

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının toplama ve çıkarma işlemlerinin tanımlarına ilişkin açıklamalarına bakıldığında, toplama ve çıkarma işlemlerini benzer şekilde tanımladıkları görülmektedir. Toplama işlemi parçaların bütünü, birleşme/artma/çoğalma ve ileri doğru ritmik sayma olarak tanımlarken; çıkarma işlemi bütününün bir parçası, geriye doğru ritmik sayma ve ayırma/eksilme/azalma olarak tanımlamışlardır. Bu tanımlamalardan hareketle, öğretmen adaylarının toplama ve çıkarma işlemlerini birbirlerinin tersi olarak gördükleri aşikârdır. Ayrıca bu sonucu, toplama ve çıkarma işlemi arasındaki ilişkiye dair yapılan açıklamalar da desteklemektedir. Öğretmen adaylarına, toplama ve çıkarma işlemi arasındaki ilişki sorulduğunda, öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğunun toplama ve çıkarma işlemi birbirinin tersi olarak ilişkilendirdiği görülmektedir.

Toplama işlemi birleşme/artma/çoğalma ve ileri doğru ritmik sayma; çıkarma işlemi geriye doğru ritmik sayma ve ayırma/eksilme/azalma olarak tanımlamaları, öğretmen adaylarının yeterli düzeyde Shulman'ın (1986) tanımladığı alan bilgisine sahip olduklarını göstermektedir. Dolayısıyla, bu çalışmanın yapıldığı dönem itibarıyla öğretmen adaylarının lisans öğrenimleri süresince almış oldukları ders içerikleri göz önüne alındığında, Matematik Temelleri 1-2, Matematik Öğrenme ve Öğretme Yaklaşımları ve Sayıların

Öğretimi derslerinin, onların bu açıklamaları sunmalarında bir katkı sunmuş olabileceği düşünülmektedir. Ek olarak, bu açıklamaları sunan öğretmen adayları, bu işlemlerin öğretime ilişkin stratejiler sunarken, bu tanımlamalar doğrultusunda planlamalar da yapabileceklerdir.

Öğretmen adaylarının çarpma ve bölme işlemi için yaptıkları tanımlamalara bakıldığında, çalışmaya katılan öğretmen adaylarının tamamına yakını çarpma işlemi bölme işleminin; bölme işlemi de çarpma işleminin tersi olarak tanımladıkları görülmüştür. Yapılan bu tanımlamalar doğrultusunda çoğu öğretmen adayı, çarpma ve bölme işlemi birbirinin tersi olarak ilişkilendirmiştir. Bu bulgulardan hareketle, öğretmen adaylarının çarpma işlemi toplama işlemi ile ilişkilendiremediği ve çarpma işlemi tekrarlı toplama olarak ifade edemedikleri görülmektedir. Benzer şekilde bölme işlemi paylaşma ve tekrarlı çıkarma olarak tanımlayan çok az öğretmen adayının olması, bölme işleminin mahiyetinin tam anlamıyla bilinmediğini göstermektedir.

Bu çalışmanın bölme işleminin tanımlanmasına ilişkin bulgularına paralel olarak Ball (1990) çalışmasında; öğretmenlerin, öğrencilere bir sayının sifıra bölümünü anlatırken nasıl öğretimsel açıklamalar sunduklarını belirtmiştir. Bu çalışmaya katılan öğretmenlerin çoğu bir sayının sifıra nasıl bölüneceği ile ilgili ezberle yönelik cevaplar verirken diğer taraftan, bu bölme işlemi yanlış yapan öğretmenler olmuştur. Benzer şekilde, öğretmen ve öğretmen adaylarıyla yapılan başka bir çalışmada ise öğretmenlerin bölme işlemi öğretirken kavramsal bir öğretim tercih etmediklerini göstermiştir (Cankoy, 2010). Daha açık bir ifadeyle, Cankoy (2010) çalışmasında öğretmenlerin $a \div 0$ şeklindeki bölme işleminin öğretime ilişkin sıkça yöntemsel ya da ezberle dayalı stratejiler sundukları sonucuna ulaşmıştır.

Öğretmen adayları tarafından çarpma ve bölme işlemlerine yönelik kavramsal tanımlamaların yapılamaması ve bu iki işlem arasındaki ilişkinin eksik olarak açıklanmasının sebebi öğretmen adaylarının alan bilgilerinin eksik olduğunu göstermektedir. Bu sebeple, ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programında yer alan Matematiğin Temelleri 1-2, Matematik Öğrenme ve Öğretme Yaklaşımları ve Sayıların Öğretimi derslerinde çarpma ve bölme işleminin anlamına ve birbirleriyle olan ilişkisine vurgu yapılması, onların bu konudaki alan bilgilerini destekleyeceği düşünülmektedir. Ayrıca, yine bu derslerde çarpma işlemi ile toplama işlemi ve bölme işlemi ile çıkarma işlemi arasındaki kavramsal ilişkinin üzerinde durulmasının önemli olduğu değerlendirilmektedir. Böylece, öğretmen adayları, çarpma ve bölme işlemlerini bu kavramsal temeller üzerine kurarak alan bilgilerini artıracak ve dolayısıyla, daha iyi bir öğretim fırsatı yakalayacaklardır.

Kaynakça

- Baki, M. (2013). Pre-service classroom teachers' mathematical knowledge and instructional explanations associated with division. *Education and Science*, 38(167), 300-311.
- Ball, D.L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(2), 132-144.
- Ball, D.L., & Bass, H. (2002). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In *Proceedings of the 2002 annual meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (pp. 3-14). Edmonton Alberta.
- Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö.A., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2018). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (24. Baskı). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Cankoy, O. (2010). Mathematics teachers' topic-specific pedagogical content knowledge in the context of teaching $a0, 0!$ and $a \div 0$. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 10(2), 749-769.
- Carpenter, T.P., Fennema, E., Franke, M.L., Levi, L., & Empson, S.B. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*. Heinemann.
- Carpenter, T.P., Fennema, E., Peterson, P.L., & Carey, D.A. (1988). Teachers' pedagogical content knowledge of students' problem solving in elementary arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(5), 385-401.
- Creswell, J.W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (2nd ed.). Sage Publications.
- Didis, M.G., Erbas, A.K., Cetinkaya, B., Cakiroglu, E., & Alacaci, C. (2016). Exploring prospective secondary mathematics teachers' interpretation of student thinking through analysing students' work in modelling. *Mathematics Education Research Journal*, 28(3), 349-378.
- Karakuş, F. (2018). Investigation of pre-service teachers' pedagogical content knowledge related to division by zero. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 19(1), 90-111.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1,2,3,4,5,6,7, ve 8. sınıflar)*. Ankara.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Learning mathematics for a new century* (2000 Yearbook). Author.
- Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2003). The knowledge quartet. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 23(3), 97-102.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Simon, M.A. (1993). Prospective elementary teachers' knowledge of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(3), 233-254.
- Strauss, A., & Corbin, J.M. (1990). *Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. Sage.
- Tekin-Sitrava, R., Özel, Z., & Işık, A. (2020). Sınıf öğretmenleri adaylarının bölme işleminin anlamına dair alan bilgilerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 28(2), 931-946.
- Yin, R.K. (2009). *Case study research: Design and methods* (4th ed.). Sage Publications.

Extended Summary

Introduction

Teachers have an important role in making knowledge available in the teaching process. Since the efficiency of education can be increased with the help of teachers who are knowledgeable in their fields, teacher knowledge is one of the most important issues in education (Didiş, Erbaş, Çetinkaya, & Alacacı, 2016). For this reason, many researchers expressed teacher knowledge differently (Shulman, 1986; Ball et al., 2008). For example, Shulman (1986) argued that in order to teach a subject, it is necessary to know its reasons rather than the concept to be taught. On the other hand, regarding the importance of teacher knowledge in mathematics education, Ball et al. (2008) stated that teachers should take more courses on mathematics education. Based on these views, it is clear that teacher knowledge has become an important issue for effective teaching. Therefore, many researchers have investigated the knowledge that teachers need to know for effective teaching (Ball, 1990; Ball & Bass, 2002; Ball et al., 2008; Carpenter, Fennema, Peterson, & Carey, 1988; Rowland, Huckstep & Thwaites, 2005; Shulman, 1986). According to the results of these studies, it was concluded that teachers should have knowledge about the subject and its structure (Ball, 1990; Ball et al., 2008, Shulman, 1986). In other words, the researchers emphasized that teachers should know the subject taught and how the subject will be taught. (Shulman, 1986; Ball et al., 2008).

Due to the importance of addition, subtraction, multiplication and division operations in mathematics teaching, it is very important for students to have proficiency in these four operations in order to gain mathematical skills. So that students learn about any subject, their teachers who teach that subject must have sufficient content knowledge on this subject (Shulman, 1986, Ball, 1990; Carpenter, Fennema, Franke, Levi, & Empson, 1999). For this reason, they must first have sufficient content knowledge about what addition, subtraction, multiplication and division mean, and what kind of a relationship exists between addition and subtraction, multiplication and division.

Considering that the prospective mathematics teachers are the teachers of the future, their content knowledge on this subject is also important. In addition, although there are studies on the pedagogical content knowledge of teachers' content and prospective teachers on multiplication and division operations (Ball, 1990; Simon, 1993; Cankoy, 2010; Karakuş, 2018; Baki, 2013; Tekin Sitrava, Özel, & Işık, 2020); national studies evaluating prospective teachers' content knowledge for four operations are limited. Therefore, in this study, it is aimed to examine the prospective mathematics teachers' content knowledge on how they define addition, subtraction, multiplication and division, and how they relate addition and subtraction and multiplication and division.

Method

In this study, the case study design was preferred in order to provide a detailed explanation by examining the answers of the prospective mathematics teachers in depth. The

participants of this study are 34 prospective middle school mathematics teachers studying in the third year of mathematics teaching undergraduate program at a state university in Turkey. The data of the study was collected with the help of an written feedback form consisting of open-ended questions in which explanations were asked about the conceptual definitions of the four operations, the relationship between addition and subtraction, and the relationship between multiplication and division. The collected data were analyzed with the content analysis method proposed by Strauss and Corbin (1990). The answers of all the participants were arranged and analyzed in detail and coded according to their similarities.

Findings

23 (68%) of the 34 prospective middle school mathematics teachers who participated in the study made the definition of the whole of the parts for the addition. Moreover, 13 (38%) prospective teachers defined addition as joining/increase/growth. Similarly, 11 (32%) prospective teachers stated that addition is forward rhythmic counting. On the other hand, when the definitions made by the prospective teachers for the subtraction were examined, it is seen that 24 (71%) prospective teachers defined the subtraction process as a part of the whole. While 9 (26%) prospective teachers stated that subtraction means separation/decrease/reduction, 13 (38%) prospective teachers stated that subtraction is rhythmic counting backwards. Finally, 4 (12%) prospective teachers defined the subtraction process as subtracting the smaller from the larger or the smaller number from the larger number. On the other hand, 15 (44%) prospective teachers expressed the relationship between addition and subtraction by using the phrase "subtraction is the reverse of addition". 18 (53%) prospective teachers associated the relationship between addition and subtraction algebraically. 7 out of 34 prospective teachers (21%) could not establish a sufficient relationship between addition and subtraction.

Almost all of the prospective teachers who participated in the study, 30 (88%) defined multiplication as the "inverse of division". In these definitions, prospective teachers used the expression "multiplication is defined as the reverse of division". Only 4 (12%) prospective teachers focused on the conceptual meaning of multiplication and stated that it is "repetitive addition". Looking at the definitions for division, almost all of the prospective teachers, 30 (88%), defined division as the opposite of multiplication. In addition, 2 (6%) prospective teachers focused on the meaning of division. Only, 2 (6%) prospective teachers emphasized that division is repeated subtraction. On the other hand, 30 (88%) prospective teachers associated multiplication and division as inverse. 21 (62%) prospective teachers established an algebraic relationship between multiplication and division operations. Finally, 2 (6%) prospective teachers who participated in the study could not establish a sufficient relationship between multiplication and division operations.

Results

While the prospective mathematics teachers who participated in the study defined the addition process as the whole of the parts, joining/increase/growth and forward rhythmic

counting. Similarly, they defined subtraction as a part of the whole, backward rhythmic counting and separation/decrease/reduction. By considering these definitions of the prospective teachers, it shows that they have sufficient content knowledge as defined by Shulman (1986). On the other hand, when the prospective teachers were asked about the relationship between addition and subtraction, it was seen that most of them associated addition and subtraction as the opposite of each other.

When we look at the definitions made by the prospective teachers for the multiplication and division operations, it was observed that almost all of them defined the multiplication operation as the opposite of division operation and division operation as the opposite of the multiplication operation. Therefore, most prospective teachers associated multiplication and division as inverse operation. Based on these findings, it is seen that prospective teachers could not associate multiplication with addition and could not express multiplication as repeated addition. Similarly, there are very few prospective teachers who define division as partitioning and repeated subtraction. For this reason, this finding shows that the nature of division is not fully known by prospective teachers.